

# Chapitre 17 : résumé

PTSI B Lycée Eiffel

30 mars 2020

Ce petit résumé de cours cite les principaux résultats et méthodes à connaître absolument sur ce chapitre.

## À savoir

- le vocabulaire essentiel du chapitre : application linéaire, endomorphisme, isomorphisme, noyau, image, projecteur, symétrie.
- le noyau permet de caractériser l'injectivité (la démonstration de ce résultat est d'ailleurs intéressante) de l'application linéaire, l'image sa surjectivité.
- le théorème du rang (pour le coup, on oublie la démonstration) et ses conséquences, notamment « injectif  $\Leftrightarrow$  injectif  $\Leftrightarrow$  surjectif pour un endomorphisme en dimension finie ».
- les caractérisations des projecteurs et symétries (les démonstrations sont là aussi instructives) et les liens entre les deux (notamment la relation  $s = 2p - \text{id}$  qui permet de s'éviter bien des calculs dans certains exercices).

## À savoir faire

- déterminer « intuitivement » si une application est linéaire, et le prouver rigoureusement en vérifiant que  $f(\lambda u + \mu v) = \lambda f(u) + \mu f(v)$ .
- calculer un noyau (en résolvant un système) et une image (**jamais** à l'aide de la définition, mais en calculant les images des vecteurs d'une base de l'espace de départ).
- utiliser le théorème du rang pour se simplifier les calculs d'image (on calcule le noyau, on en déduit la dimension de l'image avant de la calculer).
- prouver qu'une application linéaire est un projecteur (en vérifiant  $f^2 = f$ ) ou une symétrie (en utilisant  $f^2 = \text{id}$ ), et déterminer leurs éléments caractéristiques (en calculant noyau et image pour un projecteur ; en calculant  $\ker(f - \text{id})$  et  $\ker(f + \text{id})$  pour une symétrie).
- utiliser son intuition géométrique (si, si, il faut en avoir !) pour ne pas faire de calculs inutiles dans les exercices faisant intervenir projections et symétries.