

AP : Séance n°3

PTSI B Lycée Eiffel

5 octobre 2018

Quelques exercices de trigonométrie

1. Résoudre de deux façons différentes l'équation $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) + \sin(4x) = 0$.
2. Démontrer de deux façons différentes que, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\arctan(x) + 2 \arctan(\sqrt{1+x^2} - x) = \frac{\pi}{2}$.
3. Exprimer $\cos(x)$, $\sin(x)$ et $\tan(x)$ en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$.
4. On considère la fonction f définie par $f(x) = \arccos\left(\sqrt{\frac{1+\sin(x)}{2}}\right)$.
 - (a) Déterminer l'ensemble de définition de f , étudier sa parité et sa périodicité, en déduire un intervalle d'étude I intelligent.
 - (b) Montrer que f est bijective de I sur un intervalle à préciser, et donner une expression de sa réciproque g .
 - (c) Calculer la dérivée de f (lorsque cela a un sens) en déduire une expression simple de f sur I .
 - (d) En déduire une expression simple de $g(x)$.

Une étude de fonction.

On considère dans cet exercice la fonction f définie par $f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{\sqrt{3} - \cos(x)}$.

1. Résoudre l'inéquation $\sqrt{3} \cos(x) - \sin(x) > 1$.
2. Déterminer le domaine de définition de f .
3. Déterminer un intervalle d'étude pertinent pour la fonction f .
4. Calculer la dérivée f' de la fonction f (on cherchera à la factoriser si possible).
5. À l'aide des résultats de la question 1, dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle d'étude choisi.
6. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse 0.
7. Tracer une allure soignée de la courbe (on fera bien sûr figurer la tangente calculée à la question précédente).