

# Interrogation Écrite n°7

PTSI B Lycée Eiffel

19 mai 2015

## Exercice 1

Soit  $f$  l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^3$  défini par  $f(x, y, z) = (2x - 2x - z; 2x - 3y - 2z; x - 2y)$ .

1. Donner la matrice  $M$  de  $f$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
2. Vérifier que  $M^2 + 2M - 3I = 0$ . La matrice  $M$  est-elle inversible? Si oui, donner son inverse.
3. Déterminer une base de chacun des sous-espaces vectoriels suivants :  $F = \ker(f - \text{id})$  et  $G = \ker(f + 3 \text{id})$ .
4. En déduire une base  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  dans laquelle la matrice de  $f$  est diagonale.
5. Donner la matrice de passage de la base canonique vers la base  $\mathcal{B}$ , ainsi que la matrice de passage de  $\mathcal{B}$  vers la base canonique.

## Exercice 2

Dans une urne sont placées quatre boules numérotées 1, 2, 3 et 4. On tire successivement et **avec** remise quatre boules dans l'urne. On note  $X$  le nombre de boules différentes tirées lors de ces quatre tirages. Donner la loi de  $X$  (comme on est gentil, on donne  $P(X = 3) = \frac{144}{256}$ ), et calculer son espérance, sa variance et son écart-type.