

Feuille d'exercices n°8 : systèmes

ECE3 Lycée Carnot

25 décembre 2010

Exercice 1 (**)

Résoudre les systèmes suivantes :

$$1. \begin{cases} x & - & 2y & + & 5z & = & 13 \\ 2x & + & 4y & - & 5z & = & -12 \\ 3x & - & 2y & - & z & = & 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} & & 2y & - & z & = & 1 \\ -2x & - & 4y & + & 3z & = & -1 \\ x & + & y & - & 3z & = & -6 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x & + & y & + & z & + & t & = & 2 \\ 2x & + & y & + & z & + & t & = & 1 \\ x & + & 2y & + & 2z & & & = & 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x & + & 2y & + & 3z & - & 2t & = & 6 \\ 2x & - & y & - & 2z & - & 3t & = & 8 \\ 3x & + & 2y & - & z & + & 2t & = & 4 \\ 2x & - & 3y & + & 2z & + & t & = & -8 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x & + & y & - & z & = & 1 \\ -x & - & \frac{1}{2}y & + & \frac{1}{2}z & = & -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x & + & 2y & - & z & = & a \\ -2x & - & 3y & + & 3z & = & b \\ x & + & y & - & 2z & = & c \end{cases}$$

Pour ce dernier système, déterminer le nombre de solutions selon les valeurs de a , b et c , et exprimer en fonction de a , b et c la solution lorsqu'elle est unique.

Exercice 2 (***)

Soit P un polynôme de degré 3 vérifiant $P(1) = P(-1) = P'(1) = 1$. Un tel polynôme existe-t-il ? est-il unique ?

Même question avec un polynôme de degré 4 tel que $P(i) = i$ pour $i = 0, i = 1, i = 2, i = 3$ et $i = 4$.

Exercice 3 (**)

Quelques élèves imaginaires ont obtenu les notes et le total de points suivants à un concours. Retrouver le coefficient de chaque matière :

	<i>Maths</i>	<i>Langues</i>	<i>Français</i>	<i>AEHSC</i>	<i>Total</i>
Aristide	0	10	20	10	310
Bernadette	10	10	10	10	300
Célian	0	10	10	20	290
Daphné	0	20	10	10	280
Eusèbe	20	5	5	5	270

Exercice 4 (***)

Résoudre les systèmes suivants, en distinguant des cas selon la valeur du paramètre m :

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} (1-m)x + 2y - z = 0 \\ -2x - (3+m)y + 3z = 0 \\ x + y - (2+m)z = 0 \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} 2mx + (m-1)y + (5-m)z = 0 \\ (m-1)x + 2my + (m+7)z = 0 \end{cases} \\ 3. & \begin{cases} mx + 2y + 3z = 3 \\ (m-1)x + my + z = 1 \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m-1 \end{cases} \end{aligned}$$

Exercice 5 (***)

Pour les courageux, résoudre le magnifique système suivant (les valeurs obtenues ne doivent pas être horribles) :

$$\begin{cases} x - y + 2z + 3t + w = 3 \\ x + y + 2z + 7t + 3w = 19 \\ -x + 4y - 5z + 12t - 4w = 33 \\ 2x - 4y + 5z + t = -12 \\ 4x - 3y + 4z + 11t + 9w = 15 \end{cases}$$